Annexe 7

VOIE ÉCONOMIQUE ET COMMERCIALE OPTION TECHNOLOGIQUE : PREMIÈRE ANNÉE

I – Combinatoire

a) Dénombrement des ensembles suivants :
- p-listes d'un ensemble à n éléments ;
- p-listes d'éléments distincts (ou arrangements) d'un ensemble à n éléments ;
- permutations d'un ensemble à n éléments : notation $n!$;
- parties d'un ensemble à n éléments ;
- parties à p éléments (ou combinaisons) d'un ensemble à n éléments : notation $\binom{n}{p}$.

Les dénombrements sont introduits essentiellement pour leur utilisation en calcul des probabilités.
L'étude des propriétés des arrangements et des combinaisons est hors programme à l'exception des relations :

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p} \text{ et } \binom{n+1}{p} = \binom{n}{p} + \binom{n}{p-1}$$

b) Formule du binôme de Newton.

On pourra présenter à cette occasion le triangle de Pascal.

II – Algèbre linéaire

Résolution des systèmes linéaires ; initiation à l'algorithme du pivot de Gauss.
On prendra les notations suivantes pour le codage des opérations élémentaires sur les lignes :
$L_i \leftrightarrow L_j$; $L_i \leftarrow L_i + L_j$, $L_i \leftarrow \alpha L_i$
(où α est un réel non nul).

L'étude des systèmes linéaires à coefficients réels prépare la mise en place de l'outil matriciel qui se fera en deuxième année.

III – Analyse

En analyse, on évitera la recherche d'hypothèses minimales, tant dans les théorèmes que dans les exercices et problèmes. Il s'agit d'initier les élèves à des méthodes efficaces dans la plupart des situations qu'ils peuvent rencontrer.

1) Suites numériques

Suites arithmétiques et géométriques.
Suites arithmético-géométriques.

Les seules suites à étudier systématiquement sont les suites définies ci-contre. Les élèves doivent connaître les formules donnant la somme des n premiers nombres entiers naturels et celle des n premiers termes de la suite (q^k) ; ils doivent savoir y ramener les problèmes analogues sur les suites arithmétiques et géométriques.

Vocabulaire des suites : suites croissantes, décroissantes, monotones, bornées, convergentes, divergentes.

Limite d'une suite. Opérations sur les limites. Lien avec la relation d'ordre : théorèmes de comparaison, théorème d'encadrement (« des gendarmes »).

Toute étude théorique sur les limites est exclue. Les résultats seront énoncés sans démonstration.

2) Polynômes

Racines et signe d'un polynôme du premier et du second degré.
Factorisation d'un polynôme par $(x - a)$ si a est racine de ce polynôme.

Toute étude théorique sur les polynômes est exclue.

3) Fonctions numériques

a) Généralités

Vocabulaire des fonctions : fonctions paires, impaires, croissantes, décroissantes, monotones, bornées.

b) Limites

Limite d'une fonction en un point.
Opérations algébriques sur les limites.
Limite d'une fonction composée.
Lien avec la relation d'ordre : théorèmes de comparaison, théorème d'encadrement (« des gendarmes »).
Extension de la notion de limite aux cas où la variable tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$, et aux cas des limites infinies.

La définition formelle d'une limite est hors programme. Toute étude théorique sur les limites est exclue.
Les résultats seront énoncés sans démonstration et illustrés par des représentations graphiques.
Sur des exemples, on étudiera la nature des branches infinies : asymptotes parallèles aux axes, directions asymptotiques, branches paraboliques, droites asymptotes.

c) Continuité

Continuité d'une fonction en un point. Continuité de la somme, du produit, du quotient et de la composée de deux fonctions continues.

Le prolongement par continuité est hors programme.

Enoncés (admis) des propriétés des fonctions continues sur un intervalle : image d'un intervalle (resp. d'un segment) ; existence et continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.

Les propriétés des fonctions continues sont illustrées graphiquement. Les contre-exemples sont également donnés sous forme graphique.
Les seuls exemples de fonctions réciproques exigibles des élèves sont la racine n-ième et l'exponentielle.

d) Dérivabilité

Dérivabilité d'une fonction en un point, nombre dérivé, approximation affine au voisinage d'un point. Interprétation géométrique. Nombre dérivé à gauche et à droite.
Fonction dérivée.
Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une fonction composée.

Sur un intervalle, lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation de la fonction (théorème admis) ; recherche d'extremums.

Sur des exemples, application de la variation des fonctions à l'étude d'équations et d'inéquations, à l'obtention de majorations et de minorations.
Le théorème de Rolle et le théorème des accroissements finis sont hors programme.

Dérivées successives, notation $f^{(p)}$.
Position d'une courbe par rapport à ses tangentes dans le cas où la fonction est dérivable deux fois.
Notion de convexité et de point d'inflexion.

La notion de fonction de classe C^p ou C^∞ est hors programme.

e) Fonctions usuelles

Fonction logarithme népérien.
Fonction exponentielle.
Fonctions puissances.
Comparaison des fonctions exponentielle, puissances et logarithme au voisinage de l'infini et au voisinage de 0.

Pour chacune de ces fonctions, les élèves devront connaître la relation fonctionnelle, la dérivée, les limites et la représentation graphique.
Les fonctions étudiées se déduiront d'une façon simple de ces fonctions usuelles.
Les fonctions trigonométriques et hyperboliques sont hors programme.

4) Intégration

Primitives d'une fonction continue sur un intervalle.
Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle à l'aide d'une primitive.
Propriétés de l'intégrale : relation de Chasles, linéarité, positivité, comparaison d'intégrales.
Interprétation géométrique de l'intégrale d'une fonction continue positive.
Exemples d'applications du calcul intégral au calcul d'aires.
Intégration par parties.

On admettra l'existence d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle ainsi que le lien entre intégrale et aire.
Les propriétés de l'intégrale seront illustrées graphiquement.
Sur des exemples, on pourra mettre en œuvre la méthode des rectangles pour le calcul approché d'une intégrale.
Pour le calcul d'intégrales à partir des primitives, on se limitera à des exemples simples. Les changements de variable sont hors programme.

IV – Statistique descriptive

La plupart des notions de ce chapitre ont été étudiées dans les classes antérieures. Il s'agit à ce niveau de préciser le vocabulaire, de rappeler quelques techniques de description statistique, de montrer sur des exemples concrets issus de situations réelles l'intérêt et les limites des résumés statistiques introduits.

Notions de population, d'individus et d'échantillon observé.

Un échantillon est une liste d'individus de la population. Si la liste est exhaustive, on l'identifie à la population.

Notion de caractère : caractère qualitatif, caractère quantitatif. Série statistique associée à un échantillon.
Description d'une série statistique : effectifs, fréquences, fréquences cumulées.

Un caractère est encore appelé variable statistique.

Représentations graphiques.

Diagrammes en bâtons, histogrammes.

Analyse d'un caractère quantitatif : caractéristiques de position (moyenne, médiane) ; mode(s) ; caractéristiques de dispersion (variance et écart-type empiriques, quartiles, déciles).

On notera bien que les paramètres empiriques sont calculés à partir de l'échantillon observé. On montrera sur des exemples les avantages et les inconvénients des caractéristiques liées à la structure euclidienne (moyenne et écart-type) et ceux qui sont liés à la structure d'ordre (quantiles).

Analyse de deux caractères qualitatifs : fréquences marginales, fréquences conditionnelles.

Analyse de deux caractères quantitatifs : covariance empirique, corrélation linéaire empirique, ajustement affine par la méthode des moindres carrés, droites de régression ; changement(s) de variables permettant de se ramener à un ajustement affine.

On s'appuiera sur les représentations graphiques pour montrer l'intérêt et les limites de ces indications.
L'usage des papiers fonctionnels n'est pas exigible.

V – Probabilités

1) Espaces probabilisés finis

Modélisation d'une situation aléatoire : espace fondamental, événements, système complet d'événements, probabilité.
Probabilité conditionnelle de A sachant B : définition, notation $P_B(A)$.
Formule des probabilités composées.
Formule des probabilités totales.
Formule de Bayes.
Indépendance en probabilité : indépendance de deux événements, indépendance mutuelle de n événements et indépendance deux à deux.

L'introduction du modèle probabiliste se fera à partir d'exemples où l'espace fondamental Ω est fini.
L'ensemble des événements est l'ensemble des parties de Ω ; la notion de tribu est hors programme.
Les élèves seront entraînés à pratiquer sur les événements les opérations d'intersection, de réunion, de passage au complémentaire.
L'hypothèse d'équiprobabilité sur les événements élémentaires permet d'utiliser les résultats d'analyse combinatoire.

2) Variables aléatoires finies

Définition d'une variable aléatoire X comme application de l'espace fondamental Ω dans $\mathbb{R}$.
Loi de probabilité.
Fonction de répartition : $F(x) = P(X \leqslant x)$.

Espérance. Linéarité, positivité.

La linéarité pourra être admise.

Variable aléatoire $Y = g(X)$, où g est une fonction réelle, espérance de Y. Cas d'une fonction affine.
Variance, écart-type d'une variable aléatoire.
Variance de $aX + b$.
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

La formule du calcul de $E(Y)$ où $Y = g(X)$ n'est pas à démontrer dans le cas général ; elle peut être illustrée sur un exemple.
On remarquera l'identité de structure entre les notions probabilistes et les notions définies en statistique descriptive.

Lois usuelles : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale.

Les élèves devront connaître l'espérance et la variance des lois usuelles.

Couples de variables aléatoires : loi conjointe du couple, lois marginales, lois conditionnelles, indépendance de deux variables aléatoires.
Covariance de deux variables aléatoires, corrélation linéaire.
Variance d'une somme de deux variables aléatoires.
Indépendance de n variables aléatoires.
Variance d'une somme finie de variables aléatoires indépendantes.